සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව/ இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்/ Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1999 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1999 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1999

ගණිතය II
கணிதம் II
Mathematics II

07	
S	II

පැය තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / Three hours

ප්‍රශ්න අටකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. (අ) $f(x) = \begin{vmatrix} a & -1 & 0 \\ ax & a & -1 \\ ax^2 & ax & a \end{vmatrix}$ නම් $f(2x) - f(x) = a\,x\,(2a + 3x)$ බව පෙන්වන්න.

(ආ) $\begin{vmatrix} 2x + y + z & y & z \\ x & x + 2y + z & z \\ x & y & x + y + 2z \end{vmatrix}$ හි සාධක සොයන්න.

2. ගණක යන්ත්‍ර නිෂ්පාදනය කරන සීමාසහිත ඇබකස් සමාගමෙහි I සහ II කර්මාන්තශාලාවන්හි දී සාමාන්‍ය ගණක යන්ත්‍රය, විද්‍යාත්මක ගණක යන්ත්‍රය සහ සංඛ්‍යාන ගණක යන්ත්‍රය නමින් ගණක යන්ත්‍ර මාදිලි තුනක් සාදයි. අඩු තරමින් සාමාන්‍ය ගණක යන්ත්‍ර 6400 කට, විද්‍යාත්මක ගණක යන්ත්‍ර 4000 කට සහ සංඛ්‍යාන ගණක යන්ත්‍ර 4800 කට ඇණවුම් සමාගමට ඇත. I කර්මාන්තශාලාවෙහි දී දිනකට සාමාන්‍ය ගණක යන්ත්‍ර 50 ක්, විද්‍යාත්මක ගණක යන්ත්‍ර 50 ක් සහ සංඛ්‍යාන ගණක යන්ත්‍ර 30 ක් නිෂ්පාදනය කරනු ලබන අතර II කර්මාන්තශාලාවෙහි දී දිනකට සාමාන්‍ය ගණක යන්ත්‍ර 40 ක්, විද්‍යාත්මක ගණක යන්ත්‍ර 20 ක් සහ සංඛ්‍යාන ගණක යන්ත්‍ර 40 ක් නිෂ්පාදනය කරනු ලබයි. I සහ II කර්මාන්තශාලා ක්‍රියාකරවීම සඳහා දිනකට පිළිවෙළින් රු. 600 000 ක් සහ රු. 750 000 ක් වැය වේ. පාරිභෝගික ඉල්ලුම් සපුරාලමින් ක්‍රියාකරවීමේ වියදම අවම කිරීම සඳහා එක් එක් කර්මාන්තශාලාව වැඩ කළ යුතු දින ගණන සොයන්න.

3. (අ) $\dfrac{x + 4}{3 - x} < 3$ වන පරිදි වූ x හි අගයයන් කුලකය සොයන්න.

(ආ) $x < 4\,|x - 3|$ විසඳන්න.

(ඇ) $y = |x + 2|$ සහ $x + 2y = 6$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් එකම රූප සටහනක අඳින්න.

ඒ නයින්

$$x \geq 0,\ y \geq 0,\ y \leq |x + 2| \text{ සහ } x + 2y \leq 6$$

වන විසඳුම් කුලකය ප්‍රස්තාරගත කරන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

4. එක් එක් r ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් සඳහා $U_r = \dfrac{r^2 + 5r + 2}{r^2 (r + 1)^2}$ සහ $V_r = \dfrac{1}{r}$ ලෙස ගනිමු.

$U_r \equiv A\left(V_r - V_{r+1}\right) + B\left(V_r^2 - V_{r+1}^2\right)$ වන පරිදි A සහ B නියත සොයන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ r වන පදය U_r වූ ශ්‍රේණියෙහි මුල් පද n හි ඓක්‍යය වන S_n සොයන්න.

$S - S_n < \dfrac{1}{10}$ වන n හි අඩුතම අගය සොයන්න; මෙහි $S = \lim_{n \to \infty} S_n$ වේ.

5. වෘත්තයක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දොළහක් පරිධිය සමාන කොටස් දොළහකට බෙදයි.

(i) මෙම ලක්ෂ්‍ය අතුරෙන් වරකට දෙක බැගින් තෝරා ගෙන ඒවා හරහා ඇඳිය හැකි සරල රේඛා ගණන සොයන්න.

(ii) මෙම ලක්ෂ්‍ය අතුරෙන් ඕනෑම ලක්ෂ්‍ය තුනක් ශීර්ෂ ලෙස ගෙන ඇඳිය හැකි ත්‍රිකෝණ ගණන සොයන්න.

(iii) P යනු දී ඇති ලක්ෂ්‍ය අතුරෙන් එකක් නම් P සහ දී ඇති ලක්ෂ්‍ය අතුරින් වෙනත් දෙකක් ශීර්ෂ ලෙස ගෙන ඇඳිය හැකි ත්‍රිකෝණ ගණන සොයන්න.

(iv) ඉහත (ii) හි වූ ත්‍රිකෝණ අතුරෙන් කොපමණක් සෘජු කෝණික වේ ද? කොපමණක් සමද්විපාද වේ ද?

6. (අ) ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාමය දර්ශකයක් සඳහා ද්විපද ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

$\left(1 - \dfrac{x}{p}\right)^{13}$ හි x හි ආරෝහණ බල වලින් වූ ද්විපද ප්‍රසාරණයෙහි මුල් පද හතර ලියන්න; මෙහි p යනු ධන නියතයකි.

x^2 හි සංගුණකය $\dfrac{39}{8}$ යැයි දුන් විට p හි අගය සහ x^3 හි සංගුණකය සොයන්න.

(ආ) මිනිසෙක්, 1999 ජනවාරි 1 වෙනි දින රු. 100 000 ක් තැන්පත් කරමින් බැංකුවක ඉතිරි කිරීමේ ගිණුමක් ආරම්භ කරනු ලබයි. ගිණුමේ ශේෂය සඳහා බැංකුව මසකට 1% බැගින් වූ පොළියක් සෑම මසකම අවසාන දිනයේ දී මෙම ගිණුමට බැර කරයි. තව ද, සෑම මසකම පළමු දිනයෙහි දී (1999 පෙබරවාරි 1 ද සිට) මිනිසා රු. 500 ක් ගිණුමෙන් ආපසු ගනී.

(i) එම ගිණුමෙහි පිළිවෙළින් 1999 පෙබරවාරි 2 වෙනි දින සහ 1999 මාර්තු 2 වෙනි දින ශේෂයන් සොයන්න.

(ii) අනුයාත මාස දෙකක දෙවන දිනයේ දී එම ගිණුමෙහි ශේෂයන් සම්බන්ධ කරන ඒකජ අන්තර සමීකරණයක් ලබා ගන්න.

(iii) 2000 ජනවාරි 2 වෙනි දින එම ගිණුමෙහි ශේෂය සොයන්න. (පිළිතුර සුළු කිරීම අවශ්‍ය නැත.)

7. (අ) p, q සහ r ධන සංඛ්‍යා ලෙස ද, $\log_p (qr) = a$, $\log_q (rp) = b$ සහ $\log_r (pq) = c$ ලෙස ද ගනිමු.

$a b c = a + b + c + 2$ බව පෙන්වන්න.

(ආ) $(x + a)(x + b)(x + c) + (x - a)(x - b)(x - c)$ හි සාධක සොයන්න; මෙහි a, b සහ c දී ඇති නියත වේ.

ඒ නයින් $2111 \times 1211 \times 1121$ යන්න 1111 බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

(ඉඟිය: 1111 ලෙස x ගෙන a, b, c සුදුසු ලෙස තෝරාගන්න.)

8. (අ) $\dfrac{2x+4}{(x-2)\left(x^2+4\right)} \equiv \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{Bx+C}{x^2+4}$ වන පරිදි A, B, C නියත සොයන්න.

ඒ නයින් $\displaystyle\int_3^4 \frac{2x+4}{(x-2)\left(x^2+4\right)}\,dx$ අගයන්න.

(ආ) $u = \sin x$ ආදේශය භාවිතයෙන් $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin 2x \sin x \, dx$ අගයන්න.

(ඇ) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය කිරීමේ ක්‍රමය භාවිතයෙන් $\displaystyle\int x^2 e^{-x}\,dx$ සොයන්න.

9. (අ) $3x^3 + cx^2 + x - 2$ හි $x - 2$ සාධකයක් වන පරිදි c හි අගය සොයා c හි එම අගය සඳහා $3x^3 + cx^2 + x - 2 = 0$ සමීකරණයට එක් තාත්ත්වික මූලයක් පමණක් ඇති බව අපෝහනය කරන්න.

c හි ඉහත අගය සඳහා

$$3x^3 + cx^2 + x - 2 + \lambda (x-2)(3x-1) = 0$$

සමීකරණයට තාත්ත්වික මූල තුනක් තිබීම පිණිස λ හි අගය පරාසය නිර්ණය කරන්න.

(ආ) ත්‍රපීසාභ නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

0 සහ 0·4 අතර දක්වා ඇති x හි අගයයන් සඳහා $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ ශ්‍රිතයෙහි (දශමස්ථාන හතරකට නිවැරදි) අගයයන් පහත දක්වෙන වගුවෙහි දී ඇති පරිදි වේ.

x	0	0·1	0·2	0·3	0·4
$f(x)$	1	1·0050	1·0198	1·0440	1·0770

ත්‍රපීසාභ නීතිය සහ ඉහත වගුව භාවිතයෙන් $\displaystyle\int_0^{0\cdot4} f(x)\,dx$ හි ආසන්න අගය සොයන්න.

10. (අ) x-අක්ෂය ස්පර්ශ කරන වෘත්තයක සමීකරණය $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 = 0$ ආකාරයේ වන බව සාධනය කර, ඒ නයින්, $(2, 1)$ සහ $(3, 2)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යන්නා වූ ද, x-අක්ෂය ස්පර්ශ කරන්නා වූ ද වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණ ලබා ගන්න.

(i) වෘත්ත දෙකෙහි කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාව සහ x-අක්ෂය ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක,

(ii) වෘත්ත දෙකට ඇති අනෙක් පොදු ස්පර්ශකයෙහි සමීකරණය,

සොයන්න.

(ආ) P විචල්‍ය ලක්ෂ්‍යයක සහ Q අචල ලක්ෂ්‍යයක ධ්‍රැවක ඛණ්ඩාංක පිළිවෙළින් (r, θ) සහ $(a, 0)$ ලෙස ගනිමු. $PO + PQ = 3a$ වන පරිදි P චලනය වේ නම් $r = \dfrac{4a}{3-\cos\theta}$ වක්‍රය මත P පිහිටන බව පෙන්වන්න; මෙහි O යනු ධ්‍රැවය වේ.

[අනෙක් පිට බලන්න.

11. (අ) සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කෙටිතම පාදයෙහි දිග x ද, එම පාදයට ප්‍රතිවිරුද්ධ කෝණය α ද, වේ. අනෙක් පාද දෙකෙහි දිග වල එකතුව λx නම් $\lambda \sin\alpha - \cos\alpha = 1$ බව පෙන්වන්න.

α යන්න λ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කර $\lambda \geq 1 + \sqrt{2}$ බව සාධනය කරන්න.

(ආ) $\cos x + \cos y = 1$ සහ $\sec x + \sec y = 4$ නම් $\cos x \cos y = \frac{1}{4}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $\cos x + \cos y = 1$ සහ $\sec x + \sec y = 4$ සපුරාලන $0 < x < \pi, 0 < y < \pi$ වන පරිදි වූ x සහ y හි අගයයන් ලබා ගන්න.

12. එක්තරා කර්මාන්ත ශාලාවක සේවකයන් 3000 කගේ මාසික වේතනයන් මධ්‍යනාය රු. 6000 ක් ද සම්මත අපගමනය රු. 1000 ක් ද සහිත ව ප්‍රමත ව ව්‍යාප්ත වී ඇත.

(i) රු. 8000 ට වැඩි මාසික වේතනයක් ලබන සේවකයන්ගේ ප්‍රතිශතය,

(ii) රු. 4000 ට අඩු මාසික වේතනයක් ලබන සේවකයන් ගණන,

(iii) වැඩිම වැටුප් ලබන සේවකයන් 100 අතුරෙන් අඩුම වැටුප් ලබන සේවකයකුගේ මාසික වේතනය,

(iv) අඩුම වැටුප් ලබන සේවකයන් 100 අතුරෙන් වැඩිම වැටුප් ලබන සේවකයකුගේ මාසික වේතනය,

සොයන්න.

(Z සසම්භාවී විචල්‍යයට සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක් ඇත් නම් $P[0 < Z < 2] = 0{\cdot}4772$ සහ $P[0 < Z < 1{\cdot}83] = 0{\cdot}4667$ බව ඔබට උපකල්පනය කළ හැක.)